

Schalenmodell und Eigenschaften einiger leichter Kerne zwischen $A = 16$ und $A = 41$

Von F. WINTERBERG

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen
(Z. Naturforsch. 12 a, 271–281 [1957]; eingegangen am 31. Dezember 1956)

Die Eigenschaften einer Reihe von leichten Kernen zwischen $A = 16$ und $A = 41$ werden unter Zugrundeziehung des Schalenmodells berechnet und mit der Erfahrung verglichen. Als Wellenfunktionen werden diejenigen der $j-j$ - und $L-S$ -Kopplung in Betracht gezogen, die sich aus den Oszillatorenwellenfunktionen des Einteilchenmodells aller außerhalb abgeschlossener Schalen befindlicher Nukleonen aufbauen lassen.

Das Schalenmodell der Atomkerne^{1, 2} basiert auf der Annahme, daß sich die Nukleonen unabhängig voneinander in einem gemittelten Potential bewegen, welches sich durch die Wirkung aller Nukleonen auf ein beliebig herausgegriffenes ergibt. Zieht man den Vergleich mit der Atomhülle heran, so läßt sich sagen, daß im Kern die Situation verwickelter ist, da die starke Wechselwirkung der Nukleonen zu Veränderungen des gemittelten Potentials führen kann, was in der Atomhülle infolge des durch den Kern stark ausgezeichneten Kraftzentrums von untergeordneter Bedeutung ist. Nach einer Arbeit von BOHR³ treten solche Wirkungen besonders stark in der Mitte zwischen abgeschlossenen Schalen auf, während in der Nähe abgeschlossener Schalen das Gegenteil zu beobachten ist.

Um wieder auf den Vergleich zur Atomhülle zurückzukommen, muß hervorgehoben werden, daß der Kern sich von der Hülle in zwei Punkten wesentlich unterscheidet. Einmal hat man es im Kern mit zwei Arten von Teilchen, den Neutronen und Protonen, zu tun. Nimmt man Ladungsunabhängigkeit der Kernkräfte an, so erhält man als neue Quantenzahl, die einer Erhaltungsgröße entspricht, den so genannten Isotopenspin. Um die Ladungsunabhängigkeit der Kernkräfte zu rechtfertigen, muß der Einfluß der COULOMB-Kraft gegenüber den Kernkräften vernachlässigt werden, was nur bei leichten Kernen erlaubt ist. Bei diesen darf man deshalb erwarten, daß der Isotopenspinerhaltungssatz in einer gewissen Näherung erfüllt ist. Zum anderen ist im Kern im Gegensatz zur Hülle eine starke Spinbahnkopplung wirksam, die zu einer starken Aufspaltung der durch $j = l \pm \frac{1}{2}$ gegebenen Einteilchenniveaus führt.

¹ O. HAXEL, J. H. D. JENSEN, H. E. SUESS, Z. Phys. 128, 295 [1950].

² M. GOEPPERT-MAYER, Phys. Rev. 75, 1969 [1949].

Das einfachste Modell, das man sich vom Kern unter diesen Voraussetzungen machen kann, ist das sogenannte Einteilchenmodell, das bereits ein grobes Bild vom Kernaufbau liefert und qualitativ gute Aussagen über die magnetischen Momente bringt.

Eine genauere Berechnung der Kerneigenschaften ist aber nur möglich, wenn man die Bahnen aller Nukleonen in der letzten nicht abgeschlossenen Schale eines Kerns mit berücksichtigt. Als Wechselwirkung ist dabei eine Mischung von MAJORANA-, WIGNER-, HEISENBERG- und BARTLETT-Kräften und eine Spinbahnkopplung anzunehmen, wenn man die Tensorkraft als klein gegen die anderen Kraftanteile ansieht. Rechnungen unter solchen Voraussetzungen sind bereits von SCHULTEN⁴ und INGLIS⁵ durchgeführt worden. Die dabei gewonnenen Ergebnisse für leichte Kerne in der 2p-Schale sind als einigermaßen befriedigend zu bezeichnen. In der dabei verwendeten Näherung werden die durch Anhebung der Nukleonen in höhere Schalen mit ins Spiel kommenden Annäherungsfunktionen vernachlässigt, was immer dann gerechtfertigt erscheint, wenn der energetische Abstand dieser Schalenniveaus groß gegen die Termdifferenzen verschiedener Zustände in einer Schale ist.

Infolge der starken Spinbahnkopplung im Kern ist die von der Hülle her geläufige $L-S$ -Kopplung keine gute Näherung mehr. Vielmehr dürfte in vielen Fällen die $j-j$ -Kopplung eine bessere Näherung sein, bei der auf Grund der starken Spinbahnkopplung zunächst eine Zusammensetzung der l_i und s_i zu dem Gesamtdrehimpuls j_i der Nukleonen stattfindet, die sich dann ihrerseits zum Gesamtdrehimpuls J des Kerns vektoriell zusammensetzen. Bei der hier skizzierten $j-j$ -Kopplung wird an-

³ A. BOHR, Diss. Kopenhagen 1954.

⁴ R. SCHULTEN, Z. Naturforsch. 8 a, 759 [1953].

⁵ D. INGLIS, Rev. Mod. Phys. 25 [1953].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

genommen, daß die durch die Spinbahnkopplung in $j = l \pm \frac{1}{2}$ stark aufgespaltenen Einteilchenniveaus für sich Unterschalen bilden. In dieser $j-j$ -Kopplungs-näherung werden dann alle Teilchen außerhalb abgeschlossener Unterschalen, die einen kugelsymmetrischen Rumpf bilden, zur Beschreibung der Kern-eigenschaften herangezogen. Unter diesen Voraus-setzungen wurden in der Vergangenheit von KU-RATH⁶, FLOWERS⁷ und in einer unveröffentlichten Arbeit des Verfassers⁸ für einige leichte Kerne an-geregte Zustände berechnet. Allgemein hat man den Eindruck, daß die wirklichen Verhältnisse im Kern auch nicht durch $j-j$ -Kopplung gut dargestellt wer-den können, obwohl sie im ganzen gesehen eine bessere Näherung als die $L-S$ -Kopplung zu sein scheint, sondern vielmehr einer zwischen $j-j$ - und $L-S$ -Kopplung liegenden Kopplung entsprechen. Das Auftreten einer solchen intermediären Kopplung erschwert die Rechnungen im Schalenmodell erheblich.

In der vorliegenden Arbeit werden magnetische Momente, Quadrupolmomente und erlaubte β -Über-gänge meistens unter Voraussetzung von $j-j$ -Kopp-lung berechnet, den experimentellen Werten gegen-übergestellt und für die Kerne einzeln durchdisku-tiert. Es zeigt sich, daß die $j-j$ -Kopplung wesent-lich schlechtere Ergebnisse als die intermediäre Kopplung liefert. Nur für Zustände mit kleinem Iso-topenspin können die Ergebnisse als einigermaßen befriedigend beurteilt werden.

Als mathematisches Hilfsmittel wurde die Algebra von Tensoroperatoren und die Methode der Ab-stammungskoeffizienten von RACAH⁹ verwendet.

Die Berechnung einiger angeregter Zustände in der 3d-Schale wurde der schon zitierten unveröffent-lichten Arbeit des Verfassers entnommen.

1. Wellenfunktionen bei $j-j$ -Kopplung

Die Einführung der sogenannten Abstammungs-koeffizienten erlaubt die Erweiterung der Matrix-algebra auf mehr als zwei äquivalente Teilchen (R III)*.

Die RACAHsche Methode für $L-S$ -Kopplung läßt sich hierbei sinngemäß auf $j-j$ -Kopplung über-tragen.

⁶ D. KURATH, Phys. Rev. **91**, 1430 [1953].

⁷ B. H. FLOWERS, Proc. Roy. Soc., Lond. A **215**, 120 [1953].

⁸ Verf. Diplomarbeit Univ. Frankfurt, Mai 1953.

⁹ G. RACAH, Phys. Rev. **61**, 186 (I), **62**, 438 (II), **63**, 267 (III) [1942/43].

Wellenfunktionen der Konfigurationen j^n sind für $j = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$ von EDMONDS und FLOWERS¹⁰ berechnet worden.

Für die Wellenfunktionen der Konfiguration $j^{n-1}j'$, die noch benötigt werden, wird die aus der Hüllenspektroskopie bekannte Näherung von GOL-DBERG und MENZEL¹¹ verwendet.

2. „Senioritätszahl“

Neben Isotopenspin und Gesamtdrehimpuls treten zusätzlich Größen auf, die mit den Symmetrieeigen-schaften der Wellenfunktion zusammenhängen. Sie sind im allgemeinen keine „guten“ Quantenzahlen. Die wichtigste Quantenzahl dieser Art ist die von RACAH⁹ eingeführte Senioritätszahl. Ein Kernzu-stand wird dann außer durch Gesamtdrehimpuls und Isotopenspin noch durch die Senioritätszahl charakterisiert. An einigen konkreten Beispielen, bei denen die Wechselwirkung zwischen den Teilchen in Form einer GAUSS-Kurve angesetzt wurde, kann man sehen, daß diese Annahme bei einem GAUSS-Potential eine recht gute Näherung darstellt.

Charakterisieren wir einen Zustand einer Nukleo-nenkonfiguration von n äquivalenten Teilchen durch Gesamtdrehimpuls, Isotopenspin und Senioritäts-zahl, so tritt in einer Konfiguration von $n+2$ äqui-valenten Teilchen wieder ein durch dieselben Größen Gesamtdrehimpuls, Isotopenspin und Senioritätszahl gegebener Zustand auf. Allgemein hat eine Kon-figuration von $n+2$ äquivalenten Teilchen neben den wiederauftretenden Zuständen der Konfigura-tion von n Teilchen noch weitere neu hinzukom-mende Zustände. Die Senioritätszahl ist der Eigen-wert eines Operators und ist anschaulich die Zahl von äquivalenten Teilchen, in deren Konfiguration ein durch Gesamtdrehimpuls und Isotopenspin cha-rakterisierter Zustand zum ersten Mal auftritt. Die Senioritätszahl wird durch den Buchstaben v sym-bolisiert.

3. Wechselwirkungsmatrix und angeregte Zustände

Zur Berechnung einiger angeregter Zustände in der 3d-Schale nehmen wir an, daß die Aufspaltung

* Die Bezeichnung R III bezieht sich auf die unter 9 zitierte Arbeit von RACAH.

¹⁰ A. R. EDMONDS u. B. H. FLOWERS, Proc. Roy. Soc., Lond. A **214**, 515 [1953].

¹¹ D. H. MENZEL u. L. GOLDBERG, Phys. Rev. **47**, 424 [1935].

der Einteilchenniveaus $j = d_{5/2}$ und $j = d_{3/2}$ groß gegen die durch die Zentralkräfte bewirkte Termaufspaltung ist. Diese Voraussetzung wird im allgemeinen nur mäßig gut erfüllt sein und hat deshalb nur für die energetisch tiefsten Zustände eine gewisse Berechtigung. Man darf dann zur Berechnung der Energieeigenwerte die Teilchenkonfiguration einer bestimmten Unterschale bei $j - j$ -Kopplung zugrunde legen.

Die Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen wird in der Form

$$V(12) = V(r_{12}) (w + m P_x - h P_\tau + b P_\sigma),$$

wo P_x , P_τ und P_σ die Vertauschungsoperatoren von Ort, Ladung und Spin bedeuten, oder in der Form

$$V(12) = V(r_{12}) (g_1 + g_2 \tau_1 \tau_2 + g_3 \sigma_1 \sigma_2 + g_4 \tau_1 \tau_2 \sigma_1 \sigma_2)$$

angesetzt.

Die Konstanten m , w , h und b werden im Anschluß an eine Arbeit von SCHULTEN⁴ festgelegt:

$$w = m = 0,35; \quad h = b = 0,15$$

oder

$g_1 = 0,26$, $g_2 = -0,16$, $g_3 = -0,01$, $g_4 = -0,09$, ebenso die Ortsabhängigkeit der Wechselwirkung, die der Einfachheit halber als eine GAUSS-Funktion vorgegeben wird:

$$V(r_{12}) = V_0 e^{-(r_{12}/a_0)^2}$$

mit $a_0 = 1,9 \cdot 10^{-13}$ cm und $V_0 = -35$ MeV.

Die Ortsabhängigkeit der Wechselwirkung wird nach Kugelfunktionen entwickelt, wodurch eine Separation der Wechselwirkungsmatrixelemente in einen Winkel- und Radial-Anteil ermöglicht wird:

$$V(r_{12}) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(r_1, r_2) P_k(\cos \Theta_{12})$$

mit

$$f_k(r_1, r_2) = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^{+1} V(r_{12}) P_k(t) dt \quad (t = \cos \Theta_{12}).$$

Die Winkelintegration läßt sich mit der Algebra von Tensoroperatoren (R II) durchführen. Bei äquivalenten Teilchen lassen sich die Matrixelemente auf die Form

$$\begin{aligned} F^k(n l) &= (n l, n l | f_k(r_1, r_2) | n l, n l) \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} R_{nl}^2(r_1) f_k(r_1, r_2) \\ &\quad \cdot R_{nl}^2(r_2) r_1^2 r_2^2 dr_1 dr_2 \end{aligned}$$

bringen, wobei $R_{nl}(r)$ die radiale Wellenfunktion des harmonischen Oszillators ist. Die Stärke des Oszillatorkontinuums sei durch die Konstante

$$a = \sqrt{\hbar/m \omega}$$

gekennzeichnet. m = Nukleonenmasse und ω = Frequenz des harmonischen Oszillators.

Mit der Transformation

$$x = \frac{r_1 + r_2}{a_0}; \quad y = \frac{r_1 - r_2}{a_0}$$

lassen sich alle radialen Matrixelemente der 3d-Schale auf drei Integrale $F^0(3d)$, $F^2(3d)$ und $F^4(3d)$ zurückführen, die sich mit der Abkürzung

$$P = a_0/a$$

auf folgende Form bringen lassen:

$$\begin{aligned} F^0(3d) &= \frac{V_0}{15} (2 + P^2)^{-11/2} \\ &\quad \cdot P^3 (63 + 140 P^2 + 130 P^4 + 60 P^6 + 15 P^8), \\ F^2(3d) &= \frac{7}{3} V_0 (2 + P^2)^{-11/2} P^3 (9 + 14 P^2 + 7 P^4), \\ F^4(3d) &= \frac{189}{5} V_0 (2 + P^2)^{-11/2} P^3. \end{aligned}$$

Für die Größe a des Oszillatorkontinuums legen wir den von verschiedenen Autoren in diesem Bereich angenommenen Wert von $a = 1,9 \cdot 10^{-13}$ cm zugrunde. SCHULTEN⁴ nimmt für die 2p-Schale einen mittleren Wert von $a = 1,73 \cdot 10^{-13}$ cm an. Zu schwereren Kernen hin muß diese Größe aber wohl etwas zunehmen, so daß der etwas größere Wert von $a = 1,9 \cdot 10^{-13}$ cm plausibel erscheint. Damit erhalten wir als numerische Werte für die drei Integrale:

$$F^0(3d) = -1,73 \text{ MeV},$$

$$F^2(3d) = -5,88 \text{ MeV},$$

$$F^4(3d) = -3,18 \text{ MeV}.$$

4. Allgemeine Diskussion der angeregten Zustände

Die Güte des hier angewandten Verfahrens ist in verschiedener Richtung hin zu kritisieren. Einmal ist, wie schon betont wurde, die Aufspaltung der Einteilchenzustände durch die Spinbahnwechselwirkung wohl nicht allzu groß, was die $j - j$ -Kopplung als nur mäßige Näherung erscheinen läßt. Zum anderen treten speziell in der 3d-Schale gleichzeitig noch 2s-Zustände auf, deren Vorhandensein eine weitere Verkomplizierung der Sachlage bedeutet. Es ist aber anzunehmen, daß wegen der schlechten

Überlappung der 2s- und 3d-Wellenfunktionen der Einfluß der 2s-Zustände nicht allzu groß sein wird. Dies drückt sich dadurch aus, daß die Wechselwirkung zwischen 3d- und 2s-Zuständen nur über die zweite Kugelfunktion in der Entwicklung der Wechselwirkung nach diesem Orthogonalsystem stattfindet, während die 3d-Zustände über die nullte, zweite und vierte Kugelfunktion wechselwirken.

Als weitere Unsicherheit, die bei der Berechnung angeregter Zustände eingehen kann, ist die Möglichkeit einer Veränderung der Größe des Oszillatorkoeffizienten in angeregten Zuständen zu nennen.

Von Interesse ist ferner die Größe nichtdiagonaler Matrixelemente zwischen Zuständen verschiedener Senioritätszahl, die ein Maß für die „Güte“ der Senioritätszahl als Quantenzahl gibt. Insbesondere zeigt sich, daß das Übergangsmatrixelement zwischen den Zuständen $J = 2$, $T = 0$, $v = 2$ und $J = 2$, $T = 0$, $v = 4$ der Konfiguration $(d_{3/2})^4$ sehr klein ist. In diesem Fall hat daher wie bei allen anderen gg-Kernen der erste angeregte Zustand den Gesamtdrehimpuls $J = 2$.

Experimentell sind im allgemeinen auch in der 3d-Schale viel weniger Zustände bekannt, als theoretisch zu erwarten sind, entsprechend derselben Situation in der 2p-Schale. Als Beispiel dafür sind die Kerne O¹⁸ und A³⁸ zu nennen, die beide der Konfiguration d^2 mit insgesamt 9 Zuständen angehören sollten. Bei O¹⁸ sind außer dem Grundzustand nur noch zwei angeregte Zustände bekannt. Beim Kern A³⁸ sind zwei Zustände bekannt, die sicher zur 3d-Schale gehören. Außer dem Grundzustand findet sich ein Zustand $J = 2^+$ bei 2,16 MeV. Der nächste Zustand $J = 3$ bei 3,75 MeV gehört, wie aus dem β -Übergang von Cl³⁸ zu A³⁸ zu schließen ist, einer Konfiguration mit einer 4f_{7/2} Einteilchenbahn an.

In Tab. 1 sind die numerischen Ergebnisse für die angeregten Zustände zusammengestellt. Die erste Spalte enthält den Gesamtdrehimpuls, die zweite den Isotopenspin, die dritte die Senioritätszahl und, so weit zur Unterscheidung der Zustände notwendig, weitere durch α charakterisierte, mit der Symmetrie der Wellenfunktionen zusammenhängende Zahlen. In der vierten Spalte ist dann die Anregungsenergie angegeben und in der fünften Spalte schließlich die Vermischung der zu gleichem T , aber verschiedenem v und α gehörenden Zustände. Man sieht aus der schwachen Vermischung, die in den kleinen Übergangsmatrixelementen zwischen den Zuständen von gleichem J und T , aber verschiedenem v und α

Zustände (d _{3/2}) ²			Anregungs- energie	Vermischung
J	T	$v, (\alpha)$	[MeV]	
4	1	2	2,006	
2	1	2	1,672	
0	1	0	1,212	
5	0	2	0,000	
3	0	2	1,158	
1	0	2	1,565	
(d _{5/2}) ³				
9/2	3/2	3	2,904	
5/2	3/2	3	2,310	
3/2	3/2	3	2,391	
13/2	1/2	3	0,105	
11/2	1/2	3	0,939	
9/2	1/2	3	0,252	
7/2	1/2	3; (α)	1,967	$\alpha: 99\%$; $\alpha': 1\%$
7/2	1/2	3; (α')	3,037	$\alpha': 99\%$; $\alpha: 1\%$
5/2	1/2	1; 3	0,000	$v = 1: 90\%$; $v = 3: 10\%$
5/2	1/2	3; 1	1,580	$v = 3: 90\%$; $v = 1: 10\%$
3/2	1/2	3	2,190	
1/2	1/2	3	1,341	
(d _{3/2}) ²				
2	1	2	1,642	
0	1	0	1,129	
3	0	2	0,000	
1	0	2	0,602	
(d _{5/2}) ³				
3/2	3/2	3	2,559	
7/2	1/2	3	0,357	
5/2	1/2	3	0,771	
3/2	1/2	1	0,000	
1/2	1/2	3	1,260	
(d _{5/2}) ⁴				
0	2	4	5,118	
3	1	4	2,980	
2	1	2	2,940	
1	1	4	3,436	
4	0	4	0,932	
2	0	2; 4	0,491	$v=2: 99,96\%$; $v=4: 0,004\%$
2	0	4; 2	1,950	$v=4: 99,96\%$; $v=2: 0,004\%$
0	0	0	0,000	

Tab. 1. Angeregte und Grund-Zustände einiger Konfigurationen bei $j-j$ -Kopplung. (Die letzte Spalte enthält bei vermischten Zuständen die prozentualen Vermischungsanteile.)

ihre Ursache hat, daß sowohl v als auch α schon „recht gute“ Quantenzahlen sind.

Eine Zusammenstellung experimenteller Daten von angeregten Zuständen findet sich bei AJZENBERG, LAURITSEN¹² und ENDT, KLUYVER¹³.

¹² F. AJZENBERG u. T. LAURITSEN, Rev. Mod. Phys. **24**, 321 [1952]; **27**, 77 [1955].

¹³ P. M. ENDT u. J. C. KLUYVER, Rev. Mod. Phys. **26**, 95 [1954].

5. Operatoren des magnetischen Moments, Quadrupolmoments und β -Übergangs

a) Operator des magnetischen Moments

Der Operator des magnetischen Moments einer Konfiguration von n Teilchen ist gegeben durch den Ausdruck

$$\vec{\mu} = \sum_{i=1}^n \left(g_{l_i} \mathbf{l}_i + \frac{1}{2} g_s \vec{\sigma}_i \right).$$

Die magnetischen Momente sind dann die Erwartungswerte dieses Operators in der Richtung des Gesamtdrehimpulsvektors \mathfrak{J} . Nehmen wir speziell an, daß die z -Komponente von \mathfrak{J}

$$M_J = J$$

ist, so sind sie die Erwartungswerte von

$$\mu = \sum_{i=1}^n \left(g_{l_i} l_{z_i} + \frac{1}{2} g_s \sigma_{z_i} \right),$$

wobei

$$g_l = \frac{1}{2} (1 + \tau_z), \quad g_s = \begin{pmatrix} \mu_p & 0 \\ 0 & \mu_n \end{pmatrix}$$

und

$$\mu_p = 5,5792 \text{ [kM]}, \quad \mu_n = -3,8206 \text{ [kM]}.$$

Mit den Abkürzungen

$$\mu_+ = \frac{\mu_p + \mu_n}{2}, \quad \mu_- = \frac{\mu_p - \mu_n}{2}$$

schreibt sich der Operator des magnetischen Moments

$$\mu = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[(1 + \tau_{z_i}) l_{z_i} + (\mu_+ + \mu_- \tau_{z_i}) \sigma_{z_i} \right].$$

b) Operator des Quadrupolmoments

Der Operator des Quadrupolmoments einer Konfiguration von n Teilchen ist gegeben durch den Ausdruck

$$Q = \left(\frac{4\pi}{5} \right)^{1/2} \sum_{i=1}^n (1 + \tau_{z_i}) r_i^2 Y_0^{(2)}.$$

Das Quadrupolmoment ist der Erwartungswert dieses Operators für $M_J = J$. $Y_0^{(2)}$ ist die normierte Kugelfunktion.

c) Operator des β -Übergangs

Der Übergangsoperator für erlaubte β -Übergänge einer Konfiguration von n Teilchen läßt sich auf die

Form bringen:

$$M_q^{(k)} = 2^{-1/2} \sum_{i=1}^n \tau_{\pm} \pm \sigma_q^{(k)}.$$

Hierbei ist $\tau_{\pm} = 2^{-1/2} (\tau_x \pm i \tau_y)$.

Der Operator $\sigma_q^{(k)}$ hat die Bedeutung $\sigma^{(0)} = 1$ und $\sigma^{(1)} = \sigma$, d. h. die Operatoren für FERMI- ($k = 0$) und GAMOW-TELLER- ($k = 1$) Übergang.

6. Allgemeines über magnetische Momente, Quadrupolmomente und β -Übergänge

Bei der Berechnung der Eigenschaften einer Reihe leichter Kerne wurde besonderes Gewicht auf die Möglichkeit gelegt, durch Vergleich mit der Erfahrung Schlüsse über die Gestalt der Grundzustände zu gewinnen, einmal um Aussagen über die Besetzung der Einteilchenzustände im Schalenmodell zu machen und zum anderen die Größen Gesamtdrehimpuls und Isotopenspin für einige Kerne zu bestimmen.

Es zeigt sich, daß das $j-j$ -Kopplungsschema im allgemeinen für Zustände mit kleinem Isotopenspin bessere Resultate liefert als für solche mit höherem Isotopenspin. Dies ist deshalb verständlich, da nach dem verwendeten Potentialansatz der Termschwerpunkt Zustände mit kleinerem Isotopenspin energetisch tiefer liegen müssen als solche mit größerem und deshalb weniger mit höheren Zuständen vermischt sind. Auffallend ist dabei, daß die $j-j$ -Kopplung für Zustände mit $T = 1$ noch befriedigende Resultate liefert, während für Zustände mit $T = 3/2$ sehr starke Abweichungen zu beobachten sind. Dies scheint für ein Überwiegen von MAJORANA-Kräften zu sprechen, die Zustände mit dem Isotopenspin $T = 3/2$ energetisch nach oben drücken.

Starke Abweichungen der gerechneten von den experimentellen Werten können durch das Auftreten von Interferenztermen mit höheren Zustandsfunktionen erklärt werden. Unter einem Interferenzterm eines Operators ist ein nichtverschwindendes, nicht-diagonales Matrixelement zu verstehen. So haben die Operatoren des magnetischen Moments, Quadrupolmoments und GAMOW-TELLER-Übergangs Interferenzterme zwischen Zuständen, die sich durch eine Entkopplung von Spin und Bahn in Einteilchenzuständen unterscheiden. Interferenzterme treten aber auch zwischen Zuständen verschiedener Senio-

Kern	Konfiguration	Zustand			μ			Säkular-Gleichung
		J	T	v	SCHMIDT	$j-j$	exp.	
O ¹⁷	d _{5/2}	5/2	1/2	1	— 1,913	— 1,91	— 1,89	
F ¹⁹	(d _{5/2}) ³	1/2	1/2	3	—	2,74	2,63	
F ¹⁹	(d _{5/2}) ² S _{1/2}	1/2	1/2		2,79	0,64		
F ¹⁹	(d _{5/2}) ² S _{1/2}	1/2	1/2		2,79	1,22		
F ¹⁹	(S _{1/2}) ³	1/2	1/2	1	2,79	2,79		
Mg ²⁵	(d _{5/2}) ⁹	5/2	1/2	1;3	— 1,91	— 1,05	— 0,85	S
Al ²⁷	(d _{5/2}) ¹¹	5/2	1/2	1	4,79	4,79	3,64	
S ²⁹	S _{1/2}	1/2	1/2	1	— 1,91	— 1,91	— 0,55	
P ³¹	(S _{1/2}) ³	1/2	1/2	1	2,79	2,79	1,13	
S ³³	d _{3/2}	3/2	1/2	1	1,15	1,15	0,64	
Cl ³⁵	(d _{3/2}) ³	3/2	1/2	1	0,123	0,575	0,823	
Cl ³⁷	(d _{3/2}) ⁵	3/2	3/2	3	0,123	0,123	0,684	
K ³⁹	(d _{3/2}) ⁷	3/2	1/2	1	0,123	0,123	0,391	
K ⁴⁰	d _{3/2} ⁻¹ f _{7/2}	4	1		—	— 1,68	— 1,291	
K ⁴⁰	s _{1/2} ⁻¹ f _{7/2}	4	1		—	— 0,295		

Tab. 2. Magnetische Momente.

(S soll bedeuten, daß die Berechnung der Wellenfunktion auf die Lösung einer Säkulargleichung führt.)

ritätszahl auf. Der Einfluß dieser letzteren Art von Interferenztermen wurde in allen Rechnungen berücksichtigt. Selbst wenn die Beimischung, verglichen mit dem Hauptanteil der Zustandsfunktion, klein ist, kann ein Interferenzterm verhältnismäßig groß sein, da er als Übergangsmatrixelement zwischen beiden Mischungsbestandteilen auftritt.

Für die Quadrupolmomente wurde der Wert des radialen Matrixelements in Anschluß einer Arbeit von SACHS¹⁴ entnommen.

Für die β -Übergänge wurde nach SCHULTEN und FERELL¹⁵ angenommen, daß die Kopplungskonstanten der FERMI- und GAMOW-TELLER-Wechselwirkung die gleiche Größe haben und keine FIERZSchen Interferenzglieder auftreten.

Wie gezeigt wird, scheint die $j-j$ -Kopplung am Ende der 3d-Schale eine bessere Näherung als am Anfang der Schale zu sein, was im Einklang mit einer Zweiteilchenspinbahnkopplung¹⁶ steht. Bei einer solchen Zweiteilchenspinbahnwechselwirkung findet eine Aufsummierung der Matrixelemente statt, die bei einer größeren Anzahl von Teilchen zu einer größeren Aufspaltung der sich durch $j = l \pm \frac{1}{2}$ unterscheidenden Einteilchenzustände führt.

In Tab. 2, 3 und 4 sind die gerechneten Werte für magnetische Momente, Quadrupolmomente und β -Übergänge den experimentellen Werten gegen-

Kern	Konfiguration	Zustand			Q		
		J	T	v	$j-j$	exp.	
Al ²⁷	(d _{5/2}) ¹¹	5/2	1/2	1	0,13	0,156	
S ³⁵	(d _{3/2}) ³	3/2	3/2	3	0,00	0,06	
Cl ³⁵	(d _{3/2}) ³	3/2	1/2	1	— 0,072	— 0,079	
Cl ³⁶	(d _{3/2}) ⁴	2	1	2	0,00	— 0,017	
Cl ³⁷	(d _{3/2}) ⁵	3/2	3/2	3	— 0,087	— 0,062	

Tab. 3. Quadrupolmomente.

übergestellt. Bei mehreren Möglichkeiten, den experimentell gegebenen Zustand darzustellen, sind mit allen dafür in Frage kommenden Wellenfunktionen die Eigenschaften durchgerechnet worden, um durch die Auswahl Anhaltspunkte für den betreffenden Kernzustand zu gewinnen.

Bei den magnetischen Momenten sind der Reihe nach Kern, vermutete Teilchenkonfiguration, Gesamtdrehimpuls, Isotopenspin, Senioritätszahl, SCHMIDT-Wert, gerechneter und experimenteller Wert gegenübergestellt. Der Buchstabe S in der letzten Spalte bedeutet, wie in allen anderen Tabellen, das Eingehen einer Säkulargleichung in die Rechnungen. Entsprechendes gilt für die Tabelle der Quadrupolmomente. In der Tabelle für die β -Übergänge sind Anfangs- und Endkern, vermutete Anfangs- und

¹⁴ R. G. SACHS, Nuclear Theory, Addison Wesley Publishing Comp. Inc. 1954.

¹⁵ R. SCHULTEN u. R. A. FERELL, Phys. Rev. **94**, 739 [1954].

¹⁶ H. GAUS, Z. Naturforschg. **7a**, 44 [1952].

Kern		Konfiguration	Zustand				log ft		log $\frac{ft_{\text{theor.}}}{ft_{\text{exp.}}}$	Säkular-Gleichung
			Anfang		Ende		theor.	exp.		
Anfang	Ende		J, L	T	J, L	T				
N^{16} β^-	O^{16*}	$p_{-1/2}^{-1} d_{5/2}$	2-		2-		3,37	4,72	- 1,36	
N^{16} β^-	O^{16*}	$p_{1/2}^{-1} d_{5/2}$	2-		3-		4,76		0,04	
N^{16} β^-	O^{16*}	$p_{-1/2}^{-1} d_{3/2}$	3-		2-		4,87		0,15	
N^{16} β^-	O^{16*}	$p_{1/2}^{-1} d_{3/2}$	3-		3-		3,37		- 1,36	
F^{17} β^+	O^{17}	$d_{5/2}$	$5/2$	$1/2$	$5/2$	$1/2$	3,35	3,36	- 0,01	
$Ne^{18} \beta^+$	F^{18}	$(d_{1/2})^2$	0	1	0	1	3,43	2,9	0,53	
		$(d_{5/2})^2$	0	1	1	0	3,28		0,38	
		d^2	1S_0	1	1S_0	1	3,43		0,53	
		d^2	1S_0	1	3S_0	0	2,95		0,05	
F^{18} β^+	O^{18}	$(d_{5/2})^2$	0	1	0	1	3,43	3,57	- 0,14	
F^{18} β^+	O^{18}	$(d_{5/2})^2$	1	0	0	1	3,76		0,19	
F^{18} β^+	O^{18}	d^2	1S_0	1	1S_0	1	3,43		- 0,14	
F^{18} β^+	O^{18}	d^2	3S_1	0	1S_0	1	3,43		- 0,14	
$Ne^{19} \beta^+$	F^{19}	$(d_{5/2})^3$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	3,32	3,29	0,03	
$Ne^{19} \beta^+$	F^{19}	d^2	$^2S_{1/2}$	$1/2$	$^2S_{1/2}$	$1/2$	3,13		- 0,16	
$Ne^{19} \beta^+$	F^{19}	$(d_{5/2})^2 S_{1/2}$	$1/2$		$1/2$		3,61		0,32	
$Ne^{19} \beta^+$	F^{19}	$(d_{5/2})^2 S_{1/2}$	$1/2$		$1/2$		3,50		0,21	
$Ne^{19} \beta^+$	F^{19}	$(S_{1/2})^3$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	3,13		- 0,16	
$O^{19} \beta^-$	F^{19*}	$(d_{5/2})^3$	$3/2$	$3/2$	$1/2$	$1/2$	3,82	5,55	1,73	
$O^{19} \beta^-$	F^{19*}	d^3	$D_{3/2}, P_{3/2}$	$3/2$	$2S_{1/2}$	$1/2$	∞		∞	
$O^{19} \beta^-$	F^{19*}	$(d_{5/2})^3$	$3/2$	$3/2$	$5/2$	$1/2$	4,44	5,55	- 1,11	S
$O^{19} \beta^-$	F^{19*}	$(d_{5/2})^3$	$3/2$	$3/2$	$5/2$	$1/2$	3,48		- 2,07	S
$O^{19} \beta^-$	F^{19*}	$(d_{5/2})^3$	$3/2$	$3/2$	$3/2$	$1/2$	3,62		- 1,93	S
$O^{19} \beta^-$	F^{19*}	$(d_{5/2})^3$	$5/2$	$3/2$	$5/2$	$1/2$	3,98		- 1,57	S
$O^{19} \beta^-$	F^{19*}	$(d_{5/2})^3$	$5/2$	$3/2$	$5/2$	$1/2$	3,67		- 1,88	
$Al^{25} \beta^+$	Mg^{25}	$(d_{5/2})^9$	$5/2$	$1/2$	$5/2$	$1/2$	3,47	3,47	0,00	S
$Na^{25} \beta^-$	Mg^{25}	$(d_{5/2})^9$	$3/2$	$3/2$	$5/2$	$1/2$	4,44	4,44	- 0,04	S
für andere Zustände dasselbe wie bei $O^{19} \beta^- F^{19*}$										
$Al^{26} \beta^+$	Mg^{26}	$(d_{5/2})^{10}$	0	1	0	1	3,43	3,34	0,09	
$Al^{26} \beta^+$	Mg^{26}	$(d_{5/2})^{10}$	1	0	0	1	3,76		0,42	
$Si^{27} \beta^+$	Al^{27}	$(d_{5/2})^{11}$	$5/2$	$1/2$	$5/2$	$1/2$	3,35	3,55	- 0,2	
$P^{29} \beta^+$	Si^{29}	$S_{1/2}^{1/2}$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	3,13	3,57	- 0,44	
$P^{30} \beta^+$	Si^{30}	$(S_{1/2})^2$	1	0	0	1	3,43	4,71	- 1,28	
$S^{31} \beta^-$	P^{31}	$(S_{1/2})^3$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	3,13	3,52	- 0,39	
$Cl^{33} \beta^+$	S^{33}	$d_{3/2}^{3/2}$	$3/2$	$1/2$	$3/2$	$1/2$	3,53	3,60	- 0,07	
$Cl^{34} \beta^+$	S^{34}	$(d_{3/2})^2$	0	1	0	1	3,43	3,50	0,07	
$Cl^{34} \beta^+$	S^{34}	$(d_{3/2})^2$	1	0	0	1	4,13		1,61	
$Cl^{34} \beta^+$	S^{34*}	$(d_{3/2})^2$	3	0	2	1	4,35	5,8	- 1,45	
$Cl^{34} \beta^+$	S^{34*}	$(d_{3/2})^2$	1	0	2	1	3,92		- 1,88	
$A^{35} \beta^+$	Cl^{35}	$(d_{3/2})^3$	$3/2$	$1/2$	$3/2$	$1/2$	3,61	3,53	0,08	
$K^{37} \beta^+$	A^{37}	$(d_{3/2})^5$	$3/2$	$1/2$	$3/2$	$1/2$	3,61	3,51	0,10	
$K^{38} \beta^+$	A^{38*}	$(d_{5/2})^6$	3	0	2	1	4,35	4,82	- 0,47	
$K^{38} \beta^+$	A^{38*}	$(d_{5/2})^6$	2	1	2	1	3,34		- 1,48	
$K^{38} \beta^+$	A^{38*}	d^{18}	3D_3	0	1D_2	1	3,43		- 1,39	
$K^{38} \beta^+$	A^{38*}	$(d)^{18}$	3D_2	0	1D_2	1	3,43		- 1,39	
$Cl^{38} \beta^-$	A^{38*}	$d_{5/2}^{3/2} f_{7/2}^{1/2}$	2-		3-		4,47	4,96	- 0,49	
$Ca^{39} \beta^+$	K^{39}	$(d_{5/2})^7$	$3/2$	$1/2$	$3/2$	$1/2$	3,53	3,49	0,04	
$Sc^{41} \beta^+$	Ca^{41}	$f_{7/2}^{1/2}$	$7/2$	$1/2$	$7/2$	$1/2$	3,37	3,40	- 0,03	

Tab. 4. β -Übergänge.

Endzustände sowie gerechneter und experimenteller $\log ft$ -Wert gegenübergestellt.

Eine Zusammenstellung experimenteller Werte von Kernmomenten findet sich bei RAMSEY¹⁷, und von ft -Werten bei FEINGOLD¹⁸.

7. Vergleich der berechneten Kerneigenschaften mit der Erfahrung

Der Kern N^{16} und angeregter Zustand von O^{16}

Der erlaubte β -Übergang von N^{16} zu dem angeregten Zustand (6,14 MeV) von O^{16} kann nur befriedigend wiedergegeben werden, wenn man annimmt, daß für N^{16} im Grundzustand $J = 2^-$ und für den angeregten Zustand von O^{16} $J = 3^-$ ist.

Die Kerne F^{17} und O^{17}

Sowohl magnetisches Moment von O^{17} als auch der ft -Wert des Spiegelkernübergangs stehen in ausgezeichneter Übereinstimmung mit der Erfahrung, wie nach dem Schalenmodell zu erwarten ist. FEINGOLD erhält allerdings einen anderen ft -Wert ($\log ft = 3,64$), da er die im β -Prozeß auftretende Größe E_0 mit 2 MeV annimmt, was einem älteren Wert¹⁹ entspricht. Die neuesten Messungen²⁰ ergeben hierfür übereinstimmend $E_0 = 1,75$ MeV. Damit erhält man $\log ft = 3,35$, was mit dem theoretischen Wert sehr gut übereinstimmt. Das zwar sehr kleine Quadrupolmoment von O^{17} ($Q = -0,005 \cdot 10^{-24}$ cm 2) kann hingegen nicht einfach mit dem Schalenmodell erklärt werden. Auch die Annahme, daß es durch die Schwerpunktsbewegung des Kernrumpfs entsteht, liefert nicht die richtige Größe. Es kann im Rahmen des Schalenmodells nur durch Mitwirkung höherer Zustände erklärt werden.

Die Kerne Ne^{18} , F^{18} und O^{18}

Bei diesen Kernen können nur die β -Übergänge als Test für die Wellenfunktionen herangezogen werden. Durch Vergleich der verschiedenen Möglichkeiten zeigt sich, daß die Experimente am besten wiedergegeben werden können, wenn man $L - S$ -Kopplung annimmt und im Grundzustand von F^{18} $J = 1$ setzt, wie es ebenfalls bei $L - S$ -Kopplung zu erwarten ist. Die hier gegebene Situation entspricht derjenigen der Kerne He^6 und Li^6 , für die die $L - S$ -

Kopplung eine recht gute Näherung darstellt. Die $j - j$ -Kopplung würde für F^{18} als Gesamtdrehimpuls im Grundzustand $J = 5$ ergeben im Gegensatz zur Erfahrung.

Die Kerne Ne^{19} , F^{19} und O^{19}

Die Spins der Grundzustände von F^{19} und damit von dem Spiegelkern Ne^{19} sind $J = 1/2$, im Gegensatz dazu, was man bei $j - j$ - und auch bei $L - S$ -Kopplung erwarten würde. Dieser Zustand könnte dadurch erklärt werden, daß er durch Besetzung eines $2s_{1/2}$ -Einteilchenzustandes entsteht. Dafür spricht zunächst das magnetische Moment von F^{19} , welches experimentell nahe beim SCHMIDT-Wert von $s_{1/2}$ liegt. Der ft -Wert des β -Übergangs $Ne^{19} - F^{19}$ weicht aber erheblich von dieser Deutung ab. Für die Konfiguration $(d_{5/2})^2 s_{1/2}$ gibt es zwei Zustände mit $J = 1/2$, $T = 1/2$, die beide zur Berechnung des magnetischen Moments und β -Übergangs herangezogen werden können. Die beiden Zustände von $(d_{5/2})^2 s_{1/2}$ werden hier so aufgebaut, daß sie sich wie Zustände verschiedener Senioritätszahl unterscheiden. Man wird deshalb eine Vermischung dieser Zustände in dem Umfang erwarten dürfen, als die Senioritätszahl keine gute Quantenzahl ist. Als Wellenfunktionen dieser beiden Zustände werden diejenigen gewählt, die zu verschiedenen Senioritätszahlen der Unterzustände von $(d_{5/2})^2$ gehören. Diese beiden Unterzustände von $(d_{5/2})^2$, aus denen durch Hinzufügung eines $s_{1/2}$ -Teilchens die beiden Zustände $J = 1/2$, $T = 1/2$ von $(d_{5/2})^2 s_{1/2}$ entstehen, haben die Drehimpulse $J = 0$ und $J = 1$. Sieht man von Interferenztermen zwischen diesen Zuständen ab, so sind sie nicht in der Lage, sowohl das magnetische Moment von F^{19} als auch den β -Übergang $Ne^{19} - F^{19}$ richtig wiederzugeben. Interessanterweise ist die Konfiguration $(d_{5/2})^3$ mit $J = 1/2$, $T = 1/2$ in der Lage, sowohl magnetisches Moment als auch den ft -Wert in guter Übereinstimmung mit dem Experiment zu bringen. Dabei ist das magnetische Moment in noch besserer Übereinstimmung mit dem Experiment als der SCHMIDT-Wert von $s_{1/2}$. In Wirklichkeit wird der Grundzustand von F^{19} bzw. Ne^{19} ein Gemisch aller aufgeführten Zustände sein, an dem aber der Anteil, der durch Kopplung von drei $d_{5/2}$ -Teilchen zum Gesamtdrehimpuls $J = 1/2$ entsteht, stark vertreten zu

¹⁷ N. F. RAMSEY, Nuclear Moments, John Wiley and Sons, N. Y.

¹⁸ A. M. FEINGOLD, Rev. Mod. Phys. **23**, 10 [1951].

¹⁹ F. N. D. KURIE, J. R. RICHARDSON u. H. C. PAXTON, Phys. Rev. **49**, 368 [1936].

²⁰ C. WONG, Phys. Rev. **92**, 529 [1953].

sein scheint. Um zu erklären, daß der Grundzustand von F^{19} bzw. Ne^{19} $J = 1/2$ hat, muß sicher die Wechselwirkung mit der 2s-Schale mitberücksichtigt werden. Bei O^{19} gibt es zwei erlaubte β -Übergänge, die beide zu zwei angeregten Zuständen des Kerns F^{19} führen. Als mögliche Grundzustände von O^{19} kommen die Zustände mit $J = 3/2$ und $J = 5/2$ in Frage. Der große ft -Wert des β -Übergangs zu dem niedrig gelegenen angeregten Zustand von F^{19} ließe sich am besten dadurch erklären, daß der Übergang im $L - S$ -Kopplungsschema $L -$ verboten ist. Dies würde es nahelegen, daß der tief angeregte Zustand von F^{19} zum großen Teil ein $s_{1/2}$ -Zustand ist. Damit würde der Grundzustand von O^{19} $J = 3/2$ haben. Liegt dagegen bereits starke $j - j$ -Kopplung vor, so müßte es einen erlaubten β -Übergang in den Grundzustand von F^{19} geben. Unter Voraussetzung dieser Annahme wird für O^{19} als Grundzustand $J = 5/2$ vermutet. Aus der Energiematrix von O^{19} berechnet sich ein Grundzustand mit $J = 5/2$ und ein angeregter Zustand mit einer Anregungsenergie von 0,08 MeV, der den Drehimpuls $J = 3/2$ hat.

Experimentell liegt ein angeregter Zustand mit 0,096 MeV Anregungsenergie vor.

Solche nah benachbarte Zustände sind geeignet, das gegenseitige Wechselwirkungspotential der Nukleonen genauer festzulegen, da ihre Lage empfindlich vom Potentialansatz abhängen kann. Im vorliegenden Fall ließe sich der Zustand $J = 3/2$ von O^{19} als Grundzustand durch eine geringfügige Abänderung des Potentialansatzes leicht herstellen.

Wird die Reichweite der Kernkräfte im Verhältnis zur Größe des Oszillatorkontinuums etwas größer angenommen, so ist es möglich, den Zustand $J = 3/2$ tiefer als den auf Grund des Einteilchenmodells zu erwartenden Zustand $J = 5/2$ zu bringen. Bei gleichen Teilchen liegt im Grenzfall großer Kernkraftreichweite der Zustand mit kleinstem Drehimpuls am tiefsten.

Die Kerne Al^{25} , Mg^{25} und Na^{25}

Für den β -Übergang $Al^{25} - Mg^{25}$ und für das magnetische Moment von Mg^{25} muß für den Grundzustand $J = 5/2$ eine Säkulargleichung gelöst werden, da die Konfiguration $(d_{5/2})^{-3}$ zwei Zustände mit $J = 5/2$, $T = 1/2$ hat. Dies führt beim GAMOW-TELLER-Übergang und beim magnetischen Moment zu Interferenztermen. Der $log-ft$ -Wert ergibt sich in sehr guter Übereinstimmung mit dem Experiment. Im Vergleich damit kommt das magnetische Mo-

ment weniger gut heraus. Wenn man aber den gerechneten und experimentellen Wert einerseits und den SCHMIDT-Wert andererseits betrachtet, so zeigt sich, daß das $j - j$ -Kopplungsmodell immerhin in der Lage ist, so erhebliche Abweichungen vom SCHMIDT-Wert wie im vorliegenden Fall zu erklären. Der β -Übergang $Na^{25} - Mg^{25}$, der möglicherweise komplex ist, zeigt wieder wie bei dem Kern O^{19} , daß dem Grundzustand von Na^{25} aller Wahrscheinlichkeit nach der Gesamtdrehimpuls $J = 3/2$ zuzuordnen ist.

Die Kerne Al^{26} und Mg^{26}

Diese Kerne haben als Test für die Wellenfunktionen den β -Übergang $Al^{26} - Mg^{26}$, der am besten in Übereinstimmung mit dem Experiment gebracht werden kann, wenn man annimmt, daß für den Endzustand von Al^{26} $J = 0$ und $T = 1$ ist. Nach dem $j - j$ -Kopplungsmodell wäre $J = 5$, $T = 0$ für den Grundzustand zu erwarten. Es wird nun auch verschiedentlich auf Grund experimenteller Hinweise angenommen, daß der Endzustand von Al^{26} ein isomerer Zustand mit $J = 5$, $T = 0$ ist. Es wäre interessant, wenn für den Grundzustand von Al^{26} $J = 0$, $T = 1$ ist. Al^{26} würde dann ein Beispiel für einen uu-Kern sein, der im Grundzustand den Isotopenspin $T = 1$ hat. Unter Voraussetzung der Ladungsabhängigkeit der Kernkräfte ist die beim β -Zerfall frei werdende Energie nur die COULOMB-Energiedifferenz von Al^{26} und Mg^{26} . Experimentell beträgt diese Energie 4,3 MeV. Mit der WEIZSÄCKER-BETHE-Formel erhält man für diese Energiedifferenz 3,9 MeV, wenn man $R_0 = 1,4 \cdot 10^{-13}$ cm wählt, hingegen 4,5 MeV für $R_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$ cm. Beide Werte sind nicht zu ernst zu nehmen, da von Austauscheffekten der COULOMB-Wechselwirkung abgesehen wird. Immerhin scheint der vorliegende Sachverhalt für die Ladungsabhängigkeit der Kernkräfte innerhalb einer gewissen Fehlergrenze zu sprechen.

Die Kerne Si^{27} und Al^{27}

Sowohl der $log-ft$ -Wert des β -Übergangs $Si^{27} - Al^{27}$ als auch das magnetische Moment von Al^{27} stimmen nicht gut mit dem experimentellen Wert überein. Hier werden $d_{3/2}$ -Zustände in stärkerem Maße beigemischt sein. Interessanterweise weicht das berechnete Quadrupolmoment von Al^{27} nicht stark vom experimentellen Wert ab, jedoch ist hier zu beachten, daß als weitere Unsicherheit bei der Berechnung des Quadrupolmoments die Größe des Kerns eingeht.

Die Kerne P^{29} , Si^{29} , P^{30} , Si^{30} , Si^{31} und P^{31}

Bei allen diesen Kernen, die im Schalenmodell $2s_{1/2}$ -Zustände besetzen, ist eine sehr schlechte Übereinstimmung zwischen gerechneten und experimentellen Werten zu beobachten. Die starken Abweichungen erklären sich dadurch, daß s-Zustände mit d-Zuständen etwa derart vermischt sind, daß ein $d_{5/2}$ -Teilchen in die $d_{3/2}$ -Schale angehoben wird. Infolge des im Vergleich zu den s-Zuständen großen Bahndrehimpulsen der d-Zustände ist es verständlich, daß die Matrixelemente des magnetischen Moments und des GAMOW-TELLER-Übergangs empfindlich von einer solchen Beimischung abhängen können.

Die Kerne Cl^{33} und S^{33}

Der $\log ft$ -Wert des β -Übergangs $Cl^{33} - S^{33}$ stimmt gut, das magnetische Moment von S^{33} dagegen nicht gut mit dem experimentellen Wert überein. Als Beimischung, die zu Interferenztermen führt, ist hier an die Anhebung eines $d_{5/2}$ -Teilchens in die $d_{3/2}$ -Schale zu denken.

Die Kerne Cl^{34} und S^{34}

Hier sind zwei erlaubte β -Übergänge bekannt. Für den einen, der vom Grundzustand von Cl^{34} in den Grundzustand von S^{34} führt, bekommen wir die beste Übereinstimmung mit dem Experiment, wenn wir für den Grundzustand von Cl^{34} $J=0$, $T=1$ setzen. Cl^{34} ist der seltene Fall eines uu-Kerns, der $T=1$ im Grundzustand hat. Eine entsprechende Situation bei Al^{26} wurde bereits besprochen. Die Zerfallsenergie des β -Übergangs muß auch hier mit der COULOMB-Energiedifferenz der Kerne übereinstimmen. Diese Zerfallsenergie beträgt experimentell 5,52 MeV. Nach der WEIZSÄCKER-BETHE-Formel erhalten wir für $R_0 = 1,4 \cdot 10^{-13}$ cm 5,36 MeV und für $R_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$ cm 6,25 MeV. Diese ganz gute Übereinstimmung bestätigt die Vermutung, daß im Grundzustand von Cl^{34} $J=0$, $T=1$ ist und spricht auch wieder für die Ladungsabhängigkeit der Kernkräfte.

Bei Cl^{34} ist ein isomerer Zustand von 0,142 MeV mit dem Gesamtdrehimpuls $J=3^+$ über dem Grundzustand gefunden worden. Nach dem $j-j$ -Kopplungsmodell mit SERBER-Potential (SCHULTENSche Mischung) würde man $J=3^+$, $T=0$ als Grundzustand von Cl^{34} erwarten. Es ist daher anzunehmen, daß dieser Zustand mit dem experimentell gefunde-

nen angeregten Zustand von Cl^{34} übereinstimmt. Dieser angeregte Zustand von Cl^{34} geht in einen angeregten Zustand von S^{34} durch β -Zerfall über, der den Gesamtdrehimpuls $J=2^+$ hat und bei 2,10 MeV liegt. Der berechnete angeregte Zustand $J=2$, $T=1$ der Konfiguration $(d_{3/2})^2$ sollte bei 0,5 MeV liegen. Dies legt die Vermutung nahe, daß der gefundene Zustand $J=2^+$ bei 2,10 MeV einem höher angeregten Zustand angehört. Diese Annahme wird auch durch den gerechneten $\log ft$ -Wert bekräftigt, der unter der Voraussetzung, daß der angeregte Zustand $J=2^+$ der Konfiguration $(d_{3/2})^2$ angehört, mit dem experimentellen Wert schlecht übereinstimmt. Hingegen wird bei S^{34} ein Zustand bei 0,8 MeV vermutet, der sich mit dem Zustand $J=2$, $T=1$ von $(d_{3/2})^2$ identifizieren ließe, wenn wir im Potentialansatz statt der SCHULTENSchen Konstantenwahl $m=w=0,4$ und $h=b=0,1$ setzen würden, wobei der Zustand eine Anregungsenergie von 0,8 MeV haben würde.

Die Kerne A^{35} , Cl^{35} und S^{35}

Der β -Übergang $A^{35}-Cl^{35}$, das magnetische Moment und Quadrupolmoment von Cl^{35} stimmen verhältnismäßig gut mit dem Experiment überein, im Einklang mit der Feststellung, daß Zustände kleinen Isotopenspins vom $j-j$ -Kopplungsmodell am besten wiedergegeben werden können. Der Kern S^{35} im Grundzustand mit $J=3/2$, $T=3/2$, dessen Quadrupolmoment bekannt ist, zeigt vom gerechneten Wert eine erhebliche Abweichung, was wegen des höheren Isotopenspins verständlich ist. Cl^{35} hat zwei angeregte Zustände bei 0,6 und 1,5 MeV. Theoretisch lassen sie sich vielleicht mit den Zuständen $J=7/2$, $T=1/2$ bei 0,36 MeV, und $J=5/2$, $T=1/2$ bei 0,77 MeV, deuten. Eine andere Möglichkeit wäre es, sie mit den Zuständen $J=7/2$, $T=1/2$ bei 0,77 MeV und $J=1/2$, $T=1/2$ bei 1,26 MeV zu identifizieren.

Der Kern Cl^{36}

Für den Grundzustand ist experimentell der Wert $J=2$ gefunden worden, was auch die Rechnung liefert. Für diesen Zustand ist der Isotopenspin $T=1$. Theoretisch ergibt sich für diesen Zustand bei $j-j$ -Kopplung ein verschwindendes Quadrupolmoment, was mit dem experimentellen Befund eines verhältnismäßig kleinen Quadrupolmoments zusammentrifft. Gleich über dem Grundzustand ist theoretisch bei 0,04 MeV ein angeregter Zustand mit $J=3$ zu erwarten, der experimentell bis jetzt nicht gefunden

wurde. Der nächste angeregte Zustand mit $J=5$ müßte bei 1,9 MeV liegen. Experimentell sind Zustände bei 0,78, 1,15, 1,59 und 2,00 MeV bekannt, über deren Symmetrie bis jetzt noch nichts bekannt ist.

Die Kerne K^{37} , A^{37} und Cl^{37}

Der $\log ft$ -Wert des β -Übergangs $K^{37} - A^{37}$ ergibt sich in guter Übereinstimmung mit dem Experiment. Magnetisches Moment und Quadrupolmoment von Cl^{37} ($T=3/2$) stimmen dagegen ziemlich schlecht mit dem gemessenen Wert überein.

An angeregten Zuständen ist der Kern A^{37} sehr reich. Angeregte Zustände sind u. a. bei 1,46, 1,66, 2,27, 2,56 und 3,50 MeV gemessen worden. Theoretisch sind bei $j-j$ -Kopplung vier niedrig gelegene angeregte Zustände zu erwarten, die zwischen 0,36 und 2,56 MeV liegen.

Die Kerne K^{38} , A^{38} und Cl^{38}

Der Kern Cl^{38} , der im Grundzustand die Konfiguration $(d_{5/2} f_{7/2})$ haben sollte, zerfällt durch einen erlaubten β -Übergang in einen angeregten Zustand von A^{38} mit $J=3$ bei 3,75 MeV. Da sich beim erlaubten β -Übergang die Parität nicht ändern darf, ist es am einfachsten anzunehmen, daß der angeregte Zustand von A^{38} derselben Teilchenkonfiguration angehört wie der Grundzustand von Cl^{38} . Zwischen dem Grundzustand von A^{38} und diesem angeregten Zustand, der durch Zerfall von Cl^{38} entsteht, ist nur noch ein angeregter Zustand gerader Parität bei 2,16 MeV bekannt, der wegen seiner hohen Anregungsenergie nicht durch $d_{5/2}$ -Zustände erklärt werden kann, was der Situation bei S^{34} entspricht. Auch der β -Übergang $K^{38} - A^{38}$ zu diesem Zustand mit $J=2^+$ stimmt mit dem bei $j-j$ -Kopplung für $d_{5/2}$ -Zustände gewonnenen Wert schlecht überein. Zwischen dem Grundzustand und dem bei

3,75 MeV liegenden Zustand würde man mehr der insgesamt neun Zustände der Konfiguration $(d)^{-2}$ mit dem Isotopenspin $T=1$ erwarten.

Die Kerne Ca^{39} und K^{39}

Der $\log ft$ -Wert stimmt mit dem experimentellen sehr gut überein, wie es bei nur einem d-Löcherzustand zu erwarten ist. Für das magnetische Moment von K^{39} trifft dies hingegen nicht zu. Wenn man aber bedenkt, daß die Abweichung des magnetischen Moments vom SCHMIDT-Wert klein ist, kann das Resultat als befriedigend bezeichnet werden. Praktisch werden bei kleinen magnetischen Momenten Zustände höherer Schalen relativ stärker ins Gewicht fallen.

Der Kern K^{40}

Hier ist im Grundzustand der Gesamtdrehimpuls $J=4$ gemessen worden. Als Konfigurationen kommen $d_{5/2}^{-1} f_{7/2}$ und $s_{1/2}^{-1} f_{7/2}$ in Frage. Das berechnete magnetische Moment stimmt im ersten Fall relativ gut mit dem Experiment überein, während die zweite Annahme einen völlig verkehrten Wert liefert, was für die erste Konfiguration als Grundzustand von K^{40} spricht.

Die Kerne Sc^{41} und Ca^{41}

Als weiteren Test neben den Kernen mit einem d-Teilchen bzw. mit einem d-Loch für die Güte des Schalenmodells werden noch die Kerne mit einem f-Teilchen hinzugezogen. Der $\log ft$ -Wert des β -Übergangs $Sc^{41} - Ca^{41}$ ergibt sich hier in sehr guter Übereinstimmung mit dem Experiment, wie es nach dem Schalenmodell zu erwarten ist.

Abschließend möchte ich Herrn Professor HEISENBERG für zahlreiche Diskussionen und Anleitungen danken.